

10.12.2010

Fachbrief Nr. 13

Mathematik

- 1. „Mit der Sprache muss man rechnen“**
- 2. MSA 2011**
- 3. Zentralabitur**

Ihr Ansprechpartner in der Senatsverwaltung für Bildung, Wissenschaft und Forschung Berlin:
Christian Bänsch, christian.baensch@senbwf.berlin.de

Ihre Ansprechpartnerin im LISUM Berlin-Brandenburg:
Ines Fröhlich, ines.froehlich@lisum.berlin-brandenburg.de

Sehr geehrte Kolleginnen und Kollegen,

der letzte Fachbrief hat sich aus naheliegenden Gründen einzig und allein dem Thema MSA 2011 gewidmet. Andere Themen mussten zurückstehen und werden nun in diesem und im nächsten Fachbrief aufgegriffen. Ich bitte die Fachverantwortlichen der Schulen, den Fachbrief allen Fachkolleginnen und -kollegen zur Verfügung zu stellen. Er steht wie alle früheren Fachbriefe unter www.berlin.de/sen/bwf/ bzw. www.bwfinfo.verwalt-berlin.de/index.aspx (BWF-Info | Schule | Fachbriefe | Mathematik) online.

1. „Mit der Sprache muss man rechnen“ (Elke Schomaker)

Im Rahmen des Programms SINUS-Transfer haben die Set-Koordinatorinnen Doris Dörsam und Hannelore Portner mit Unterstützung von Kolleginnen aus dem Bereich Deutsch als Zweitsprache (DAZ) die Broschüre „Mit der Sprache muss man rechnen – mit den Wörtern auch“ verfasst. Die folgenden Beispiele entstammen der Broschüre:

„Textaufgaben kann ich nicht. Ich verstehe das nicht, das ist zu kompliziert...“ Diese Sätze hören wir nicht nur von Schülerinnen und Schüler mit Migrationshintergrund. Es scheint so, als gäbe es einen engen Zusammenhang zwischen dem Erwerb von mathematischen Kompetenzen, dem Verständnis von mathematischen Grundvorstellungen und der Sprachkompetenz von Schülerinnen und Schülern.

Folgende Aufgabe, die im 7. Jahrgang einer Integrierten Sekundarschule gestellt wurde, soll beispielhaft einige „Stolpersteine“, die Schülerinnen und Schüler mit den Besonderheiten der mathematischen Sprache haben, verdeutlichen.

Im Blumenladen bezahlt Herr Beil für drei Rosen 3,30 €. Berechne den Preis für mindestens 4 weitere Anzahlen von Rosen der gleichen Sorte. (Faktor 7, Braunschweig 2006, S. 39 Nr. 2b)

Schüler 1 rechnet aus, was 4 Rosen kosten, Schüler 2 rechnet aus, was 7 Rosen kosten...

Was ist passiert? Die meisten Schüler/innen haben beim Lesen der Aufgabe auf die Zahlen geachtet. Das ist verständlich, denn es geht ja um Mathematik. Der erste Satz war verständlich, der zweite Satz wurde aber nur überflogen oder gar nicht verstanden, u. a. weil die Aufgabenstellung nicht den „üblichen“ Erwartungen entspricht. Stolpersteine sind die Wörter „mindestens“, „weitere“ und „Anzahlen“ (dieses Wort gibt es eigentlich nur im Singular).

Diesen und zahlreichen weiteren Stolpersteinen und Besonderheiten der mathematischen Sprache wird in der Broschüre nachgegangen. Im ersten Teil werden ein Workshop zum „Mitmachen, aufmerksam Werden und Verständnis entwickeln“ und Strategien zur Bewältigung von typischen Stolpersteinen vorgestellt. Dabei waren die Besonderheiten der deutschen Sprache für die Autoren, alle Mathematiklehrkräfte z. T. durchaus überraschend.

In den weiteren Kapiteln der Broschüre werden sogenannte sprachliche „Türöffner“ für Mathematikaufgaben an ausgewählten Beispielen, auch an Aufgaben aus dem mittleren Schulabschluss Mathematik, aufgezeigt. Des Weiteren werden in der Broschüre und auf der beiliegenden CD Materialien zum Sprachtraining zu Textaufgaben und unterstützendes Übungsmaterial vorgestellt. Die Autorinnen der Broschüre haben in ihren Mathematiklerngruppen konsequent die in der Broschüre vorgestellten Lesestrategien und Übungen eingesetzt und haben dabei für sie überraschende Erfolge in dem Abschneiden ihrer Schülerinnen und Schüler in der MSA-Prüfung Mathematik erzielen können.

Die Broschüre mit der CD kann bei der Projektleitung des Programms SINUS-Transfer Mathematik, Elke Schomaker, bestellt werden: elke.schomaker@senbwf.berlin.de. Im Rahmen des gesamtstädtischen Fortbildungsschwerpunkts „Durchgängige Sprachbildung“ können Schulen mit Sekundarstufe I den Workshop „Textaufgaben im Mathematikunterricht: Jedes Wort zählt“ buchen unter: www.fortbildung-regional.de.

Sprachkompetenz und mathematischen Kompetenzerwerb zu fördern, heißt vor allem auch, das Lernen so zu gestalten, dass den Schülerinnen und Schülern im Mathematikunterricht individuelle, eigenständige Zugänge zu den Inhalten in Form von reichhaltigen Lernaufgaben und Lernumgebungen ermöglicht werden. Dabei spielen Instrumente der Reflexion wie Lernprotokolle, verschiedene Formen von Schreibansätzen, Selbsteinschätzungsinstrumente, Lerntagebücher oder das sinnvolle Arbeiten mit dem Mathe-Buch bzw. dem Mathe-Hefter eine zentrale Rolle. Dazu finden Sie unten ein paar einfache Beispiele zum Modul P1 Daten der Jahrgangsstufen 7/8 des Rahmenlehrplans.

Zum Weiterlesen und Vertiefen empfehlen wir Ihnen:

- den Fachbrief Nr. 8 Sprachförderung / Deutsch als Zweitsprache der Senatsverwaltung für Bildung und des LISUM (online unter www.bwfinfo.verwalt-berlin.de/index.aspx),
- das Heft 6/10 der Zeitschrift Pädagogik „Sprachkompetenz fördern“, Beltz-Verlag,
- die Zeitschrift PM „Praxis der Mathematik in der Schule“ August 2008: „Nachgedacht – Sinn gemacht – Reflektieren“, Aulis Verlag Deubner, Köln und Leipzig,
- PM Oktober 2005: „Ich schreibe, also denk´ ich – über Mathematik schreiben“, sowie
- die beiden Modulbeschreibungen Modul 1 „Weiterentwicklung der Aufgabenkultur“ und Modul 4 „Sicherung von Basiswissen – Lernen auf unterschiedlichen Niveaus“ des Programms SINUS-Transfer von Prof. Regina Bruder, online unter www.sinus-transfer.de.

„Müssen wir in Mathematik jetzt auch noch Deutsch unterrichten?“ Nein, nicht direkt, aber andererseits: „Jede Mathematikstunde ist auch eine Deutschstunde“ – dessen sollte man sich bewusst sein. Denn die Aufgabenformate in der Lernausgangslage 7, in VERA 8 und im MSA erfordern ein Problembewusstsein für „Stolpersteine“ im Sprachduktus der Mathematikaufgaben und ggf. den Einsatz von speziellen Lesehilfen und Lesetechniken zur ihrer Überwindung in der unterrichtlichen Vorbereitung insb. auf den MSA. Außerdem sollten Sprachbildung und Sprachförderung ein durchgängiges Prinzip in allen Sachfächern sein.

Beispiele zur Förderung der Sprachkompetenz und zur Förderung des Erwerbs von mathematischen Grundvorstellungen und Kompetenzen im Mathematikunterricht.

1. Lernprotokoll zu Daten erheben und verstehen

- Welche Möglichkeiten kennst du, um Anteile zu vergleichen?
- Beschreibe den Unterschied zwischen dem Median und dem arithmetischen Mittel von mehreren Daten. Gib dafür jeweils ein eigenes Beispiel an.
- Welche Möglichkeiten kennst du, um Daten anschaulich darzustellen. Gib dafür eigene Beispiele an.
- Warum kann man graphischen Darstellungen in Zeitungen nicht immer trauen?
- Gib ein eigenes Beispiel für eine korrekte und eine falsche Darstellung an.

2. Beispiele für Schreibansätze:

1. Ayleen war letzte Stunde nicht da. Schreibe einen Text, der ihr erklärt, wie man den Median und das arithmetische Mittel von mehreren Daten berechnet.

2. Nachhilfeunterricht für Journalisten:

Ehescheidungen

Jede dritte Ehe in Deutschland wird geschieden, in Großstädten sogar jede vierte.

Aus Wochenspiegel (1995)

Was meinst du zu den Angaben in dem Zeitungsartikel? Entwickle eine Nachhilfestunde für den Journalisten, der diesen Artikel geschrieben hat.

3. Tipps zum Textverständnis:

Lies die folgende Aufgabe zunächst durch. Stelle dir vor, dein Freund hat ab und zu Probleme mit Textaufgaben und versteht diese Aufgabe nicht. Du möchtest ihm helfen. Formuliere dazu Fragen, die man sich stellen sollte, wenn man diese Aufgabe verstehen möchte.

Oder: Wie kann man sich klar machen, worum es in der Aufgabe geht?

Oder: Schreibe deinem Freund eine SMS, in der du ihm die Aufgabenstellung erklärst.

(SMS-Technik nach Regina Bruder; zum Vertiefen: www.math-learning.com)

4. Selbsteinschätzungsbogen zum Modul P1 Daten der Doppeljahrgangsstufe 7/8

Der folgende Selbstdiagnosebogen soll den Schülerinnen und Schülern eine Möglichkeit zur Selbstkontrolle über die bereits erlernten Inhalte der zum Modul P1 Daten erfassen und verstehen bieten. Dieser Bogen kann etwa eine Woche vor einer Klassen- bzw. Normarbeit als Hausaufgabe ausgeteilt werden, damit die Schüler/innen noch ausreichend Zeit zur Verfügung haben, ihre Wissenslücken zu schließen. Der Bogen benötigt also nicht zusätzliche Unterrichtszeit. In der anschließenden Stunde sollten die Schülerinnen und Schüler die Möglichkeit erhalten, Fragen zu stellen oder selbstständig an den von ihnen noch als (sehr) unsicher erkannten Aufgabenbereichen zu arbeiten.

Um das Prinzip der Selbstständigkeit zu gewährleisten, können die Schülerinnen und Schüler entweder erneut bestimmte Arbeitsbögen oder auch Aufgaben aus dem Mathematikbuch durcharbeiten. Wichtig ist, dass die Schülerinnen und Schüler selbst für ihren Lernprozess verantwortlich gemacht werden, dass eine Aufarbeitung der Defizite also nicht im lehrerzentrierten Unterricht erfolgt – das wäre kontraproduktiv, denn dann übernimmt wieder die Lehrkraft die Verantwortung für den Lernprozess.

Ziel ist vielmehr eine möglichst selbstständige und eigenverantwortliche Erarbeitung der „unsicheren“ Aufgabenformate und der ggf. noch ausstehende inhaltsbezogene Kompetenzerwerb. Selbstverständlich sollten die Schülerinnen und Schüler in dieser Arbeitsphase Hilfen erhalten – entweder über einen frei gewählten Lernpartner oder über die Lehrkraft. Da die meisten Schüler/innen in der Regel entsprechend ihren Bedürfnissen mit den bereit gestellten Materialien arbeiten, hat die Lehrkraft den Freiraum, Einzelhilfen zu geben oder auch weniger eifrig arbeitende Schüler/innen in ihrem Lernprozess zu beraten. Nicht verschwiegen sei, dass auch diese Methode Zeit und Aufwand zur Erarbeitung und Gewöhnung benötigt.

An der Bettina-von-Arnim-Schule, an der der folgende Selbstdiagnosebogen eingesetzt wird, werden zusätzlich zu dem Buch eigene Arbeitsblätter (AB) erstellt, die nach Überschriften sortiert sind: Daten vergleichen und bewerten, Gemischte Aufgaben etc. Für das Verständnis des folgenden Bogens zur Selbstdiagnose ist das unerheblich. Lehrkräfte, die so einen Bogen einsetzen, notieren in der rechten Spalte das Material bzw. die Aufgaben, mit deren Hilfe die Schülerinnen und Schüler selbstständig wiederholen und üben können. Diese Spalte muss jede Schule individuell gestalten.

Ähnlich aufgebaute Bögen lassen sich für jedes andere Fachthema analog entwickeln.

Selbsteinschätzungsbogen zu Daten erfassen und verstehen (Modul P1 7/8)

Name: _____,

Datum: _____

Kreuze bei den nachfolgenden Aufgaben an, wie sicher du dich bei ihrer Bearbeitung fühlst. In der letzten Spalte ist angegeben, wo du Aufgaben zum selbstständigen Üben findest.

Sei ehrlich zu dir selbst! Dieser Bogen wird nicht benotet.

	Wie sicher fühlst du dich bei der Bearbeitung der Aufgabe?	sehr sicher	sicher	un-sicher	sehr un-sicher	Hier findest du Aufgaben zum Üben.
1.	Ich kann den Durchschnitt bzw. das arithmetische Mittel mehrerer Daten bestimmen. Beispiel: 12,50 €; 20,50 €; 17,80 €; 13,50 €; 33,00 €					Schnittpunkt S. 35 Nr. 3, Nr. 5 AB 1 und 4: Gemischte Aufgaben
2.	Ich kann in einem Säulendiagramm absolute und prozentuale Anteile darstellen.					AB 1: Gemischte Aufgaben
3.	Ich kann die relative Häufigkeit (Prozent) berechnen, wenn 17 von 30 Schüler/innen als Lieblingssportart Basketball angeben.					AB 1: Daten vergleichen und bewerten AB 1 und 3: Gemischte Aufgaben
4.	Ich kann in Texten Fehler finden, zum Beispiel in dem Text: „Jeder Fünfte fuhr zu schnell. Doch auch 5 % sind noch zu viel.“					AB 3 und 4: Daten vergleichen und bewerten: AB 3 und 5: Gemischte Aufgaben
5.	Ich kann den Median einer Datenklasse bestimmen. Zum Beispiel: 7 ; 10; 25; 20; 3;					Schnittpunkt S. 35 Nr. 3, Nr. 5 AB 1 und 4: Gemischte Aufgaben
6.	Ich kann in einem Kreisdiagramm prozentuale Anteile darstellen.					Daten vergleichen und bewerten: AB 6 AB 1 und 3: Gemischte Aufgaben
7.	Ich kann Brüche und Dezimalbrüche in Prozent umrechnen, zum Beispiel $\frac{1}{5}$ und 0,354.					AB 1 und 3: Gemischte Aufgaben
8.	Ich kann das Maximum, das Minimum und die Spannweite von mehreren Daten angeben.					Schnittpunkt S. 35 Nr. 3, Nr. 5 AB 1 und 4: Gemischte Aufgaben

2. MSA 2011

Wegen der großen Bedeutung wiederhole ich hier die wesentlichen, inhaltlichen Vorgaben für den MSA 2011 am 18.05.2011. Ansonsten verweise ich – insb. auch wegen der Beispielaufgaben – auf den Fachbrief Mathematik Nr. 12 vom 18.08.2010.

Die bisherigen inhaltlichen Vorgaben für den MSA bleiben bestehen, jedoch ist ab 2010/11 das **exponentielle Wachstum** gemäß Modul P6 9/10 ($a^x + a^y = a^{x+y}$) als Prüfungsgegenstand möglich. Dabei wird es allerdings nur grundlegende Aufgaben geben, bei denen man z. B. durch mehrfaches Anwenden eines Wachstumsfaktors (wie bei Zinseszinsen) zu einem Ergebnis kommen kann. Exponentialfunktionen kommen nicht vor.

Die trigonometrischen Funktionen, die Logarithmusfunktion und das Rechnen mit Logarithmen werden weiterhin **nicht** Gegenstand der Prüfung sein. Die quadratischen Funktionen gemäß P4 9/10 waren bereits 2010 möglicher Prüfungsgegenstand und bleiben es.

Die Bearbeitungszeit wird auf **135 Minuten** verlängert. Um den Schülerinnen und Schülern eine noch bessere Orientierung für die Arbeitszeit zu geben, werden zu jeder der Aufgaben die Gesamtpunktzahl und die Punktzahlen für die einzelnen Teilaufgaben angegeben.

3. Zentralabitur

Rückmeldungen zum Grundkursabitur 2010 signalisierten, dass es etliche Schüler/innen als schwierig empfanden, sich während der Klausur zweimal in ein anderes Themengebiet hineindenken zu müssen. Das war bis einschließlich 2009 nur dann erforderlich, wenn die Lehrkraft die Stochastikaufgabe als Pflichtaufgabe ausgewählt hat, was eher selten vorkam.

Zur besseren Vorbereitung der Schülerinnen und Schüler empfehle ich dringend, solche Themenwechsel zu üben. Möglichkeiten dafür bieten die Klausuren insb. des 2. und 4. Semesters, Hausaufgaben und unterrichtliche Übungs- und Wiederholungsphasen. Ebenso ist es notwendig, die Schüler/innen auf die Wahlsituation im Abitur vorzubereiten – auch in Klausuren – und mögliche Kriterien für die Auswahlentscheidungen zu thematisieren.

2012 geht der „Doppeljahrgang“ in die Abiturprüfung. Darauf wurde in den inhaltlichen Schwerpunkten für die Abiturprüfung (Verwaltungsvorschrift Schule Nr. 5 vom 29.03.2010) Rücksicht genommen. Sie wurden gegenüber 2010 und 2011 reduziert. Deswegen werden auch in den Grundkurs-Abituraufgaben zum Sachgebiet Analysis bei Potenzfunktionen 2012 nur noch nichtnegative, ganzzahlige Exponenten vorkommen.

Zur Erinnerung füge ich die inhaltlichen Vorgaben hier ein:

Grundkursfach 2012:

Die Wiedergabe von Beweisen von aus dem Unterricht bekannten Sätzen und das Herleiten von aus dem Unterricht bekannten Regeln werden grundsätzlich **nicht** gefordert.

Außerdem werden **nicht** gefordert:

Analysis

- Verwenden des bestimmten Integrals als Grenzwert von Ober- und Untersummen
- Bestimmen von Flächeninhalten und Rotationsvolumina durch infinitesimale Ausschöpfung und Rekonstruktion eines Bestandes durch infinitesimale Summation
- Nullstellenbestimmung durch Intervallhalbierung
- Plausibilität des Hauptsatzes an diskreten Beispielen

- Inhaltliche Begründung für die Existenz und Lage von Wendestellen
- Potenzfunktionen mit Exponenten, die nicht Elemente der natürlichen Zahlen sind.

Analytische Geometrie / Lineare Algebra: Keine Einschränkungen der Pflichtthemen

Stochastik: Keine Einschränkungen der Pflichtthemen

Aus den weiteren möglichen Inhaltsbereichen findet zusätzlich Berücksichtigung:

- Kettenregel für ganzrationale innere Funktionen
- Abstandsbestimmungen Ebene-Ebene, Gerade-Ebene

Leistungskursfach 2012:

Die Wiedergabe von Beweisen von aus dem Unterricht bekannten Sätzen und das Herleiten von aus dem Unterricht bekannten Regeln werden grundsätzlich **nicht** gefordert.

Außerdem werden **nicht** gefordert:

Analysis

- Bestimmen von Flächeninhalten und Rotationsvolumina durch infinitesimale Ausschöpfung und Rekonstruktion eines Bestandes durch infinitesimale Summation
- Nullstellenbestimmung mit dem Newton-Verfahren
- Numerische Integration

Analytische Geometrie / Lineare Algebra

- Kreise in der Ebene, Kugeln im Raum
- Axiomatik des Vektorraumes, Basis, Dimension

Stochastik

- Zweiseitige Hypothesentests bei Binomialverteilungen
- Signifikanzbegriff, Fehler 1. und 2. Art

Aus den weiteren möglichen Inhaltsbereichen gibt es keine zusätzlichen Vorgaben.

Hilfsmiteleinsetzung – Taschenrechner:

Die Taschenrechner-Liste ist bereits seit dem Fachbrief Nr. 9 vom 14.10.2008 (S. 4 oben) nicht mehr gültig, sondern durch die Beschreibung der unzulässigen Funktionen ersetzt worden. Sowohl auf den MSA-Arbeiten als auch in den Abiturvorgaben finden Sie diese Funktionen, die zu den zentralen Prüfungsarbeiten **nicht** zugelassen sind:

Ein TR darf nicht programmierbar, nicht grafikfähig und nicht symbolisch rechnend sein. Letzteres heißt insb., er darf weder Ableitungs- noch Integralwerte berechnen und er darf keine Gleichungen lösen können. Damit ist z. B. die neue TI-30-Variante, der TI-30X Pro MultiView **nicht** zum MSA oder zum Zentralabitur zugelassen.

Für den Einsatz moderner Hilfsmittel empfehle ich Computeralgebrasysteme (CAS), für die es auf Antrag eine getrennte Variante der Abituraufgaben gibt. Beratungen zur Anschaffung, zur Einführung und zum Einsatz vermittele ich gerne.

Exaktheit in der Stochastik:

In der Stochastik bedeuten eine wirklich exakte Aufgabenstellung und die entsprechend saubere Formulierung der Lösung stets sehr viel Text. Vor allem im Grundkurs aber verwirren viele formal auf Exaktheit zielende Hinweise eher als dass sie helfen. Das richtige Maß zu finden ist schwer und es ist dabei kaum jedem Recht zu machen. Sowohl in den Aufgaben als auch in den Erwartungshorizonten wird im Sinne der im Grundkursfach üblichen didaktischen Reduktion gelegentlich auf 100 %ige mathematische Sauberkeit verzichtet.

So fehlen in Grundkursaufgaben explizite Hinweise auf stochastische Unabhängigkeit als Voraussetzung, weil dieser Begriff im Grundkurs nicht behandelt werden muss. Ebenso ist eine – vereinfachende – Modellierung durch eine Binomialverteilung typisch. Es wird nicht immer darauf hingewiesen, dass nicht oder eben doch „zurückgelegt“ wird. Solange das in einer Teilaufgabe nicht explizit geklärt wird, ist stets davon auszugehen, dass – egal, ob die Deutung sinnvoll erscheint oder nicht – „zurückgelegt“ wird. Erst, wenn wirklich gewollt ist, dass „nicht zurückgelegt“ werden soll, also die binomiale Näherung der hypergeometrischen Verteilung nicht benutzt werden soll, dann wird das in der Aufgabenstellung im Zentralabitur auch entsprechend formuliert.

Während in den Erwartungshorizonten nun verstärkt darauf geachtet wird, solche „Unsauberkeiten“ zumindest kenntlich zu machen, darf im Regelfall von den Schülern nicht erwartet werden, dass sie die entsprechende, „saubere“ Formulierung auch so verwenden und Ansätze mit der Binomialverteilung als Näherung ausweisen und das auch begründen.