

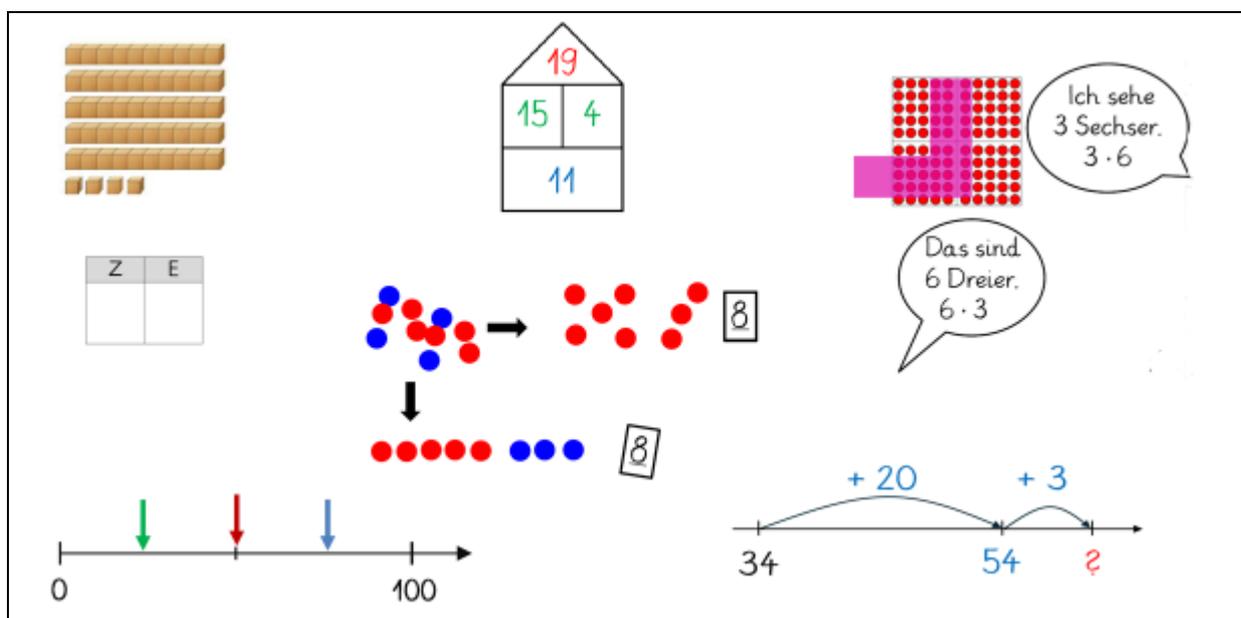


FACHBRIEF NR. 8

MATHEMATIK GRUNDSCHULE

THEMENSCHWERPUNKT:

RECHENSCHWIERIGKEITEN UND IHRE PRÄVENTION



Darstellungen aus der Kartei zum Berliner Matheband¹

Die Fachverantwortlichen werden gebeten, den Fachbrief den unterrichtenden Kolleginnen und Kollegen in geeigneter Form zur Verfügung zu stellen.

Zeitgleich wird er ins Netz gestellt unter:

<https://schulportal.berlin.de/informationen/fachbriefe/grundschule>

http://bildungsserver.berlin-brandenburg.de/fachbriefe_bln.html

Autorinnen und Autoren des Fachbriefs:

Corinna Brännström, Dr. Kerstin Mahr, Svenja Schreiner, Ina Seifert

Ihre Ansprechpartnerinnen in der Senatsverwaltung für Bildung, Jugend und Familie:

Fachkoordinatorin für Rechenschwierigkeiten: Ina Seifert Ina.Seifert@senbjf.berlin.de

Fachaufsicht Mathematik Grundschule: Svenja Schreiner Svenja.Schreiner@senbjf.berlin.de

Fachaufsicht Mathematik: Dr. Kerstin Mahr Kerstin.Mahr@senbjf.berlin.de

Sehr geehrte Damen und Herren, liebe Kolleginnen und Kollegen,

in diesem Fachbrief finden Sie Informationen zu dem Thema Rechenschwierigkeiten und ihre Prävention.

Sie finden in Zukunft alle Fachbriefe im Schulportal unter <https://schulportal.berlin.de/informationen/fachbriefe/>, übergangsweise werden die Fachbriefe weiterhin auf dem Bildungsserver veröffentlicht. Bitte stellen Sie diesen Fachbrief allen Lehrkräften zur Verfügung, die das Fach Mathematik unterrichten.

Wir bedanken uns bei Herrn Prof. Dr. Marcus Nührenböcker für seinen Beitrag in diesem Fachbrief, in dem er das Positionspapier „Besondere Schwierigkeiten beim Mathematiklernen“ zusammengefasst hat.

Mit freundlichen Grüßen



Ina Seifert



Svenja Schreiner



Kerstin Mahr

Inhalt:

1 Zusammenfassung des Positionspapiers „Besondere Schwierigkeiten beim Mathematiklernen“	3
2 Entstehung von Rechenschwierigkeiten und Prävention innerhalb des Unterrichts	5
2.1 Vier zentrale Merkmale für Schwierigkeiten im Rechnen.....	5
2.2 Entwicklung von arithmetischen Basiskompetenzen zur Prävention von Schwierigkeiten im Rechnen	8
2.3 Fortbildungsprogramme und Materialien.....	14
3 Diagnose, Förderung, Nachteilsausgleich und Notenschutz bei Schwierigkeiten im Rechnen	16
3.1 Diagnose von Schwierigkeiten im Rechnen und Förderung.....	16
3.2 Nachteilsausgleich und Notenschutz	18
4 Fazit	20

1 Zusammenfassung des Positionspapiers „Besondere Schwierigkeiten beim Mathematiklernen“

In einer Sonderausgabe² der „Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik“ (GDM) wurde das Positionspapier „Besondere Schwierigkeiten beim Mathematiklernen“ veröffentlicht, welches den gegenwärtigen Stand der Forschung mathematischen Lehrens und Lernens umreißt und sich insbesondere an die Praxis richtet. Prof. Dr. Marcus Nührenbörger hat das Positionspapier für diesen Fachbrief zusammengefasst:

Schwierigkeiten beim Mathematiklernen zeigen sich in der Schule und bilden sich dort über einen länger anhaltenden Zeitraum in einer Vielzahl an Erscheinungsformen in unterschiedlicher Ausprägung und Massivität aus. Daher darf die Auseinandersetzung mit besonderen Schwierigkeiten beim Mathematiklernen nicht allein auf die Lernenden reduziert erfolgen, sondern muss stets alle Komponenten der Lernentwicklung umfassen. Hierzu gehören immer auch der Mathematikunterricht und die dort thematisierten bedeutsamen mathematischen Lerngegenstände. Wenn beispielsweise Schülerinnen und Schüler, die Schwierigkeiten beim Mathematiklernen entwickeln, nicht oder nur unzureichend erkannt und produktiv gefördert werden, können diese Lernenden auch nicht die basalen Lernziele des Mathematikunterrichts erreichen, wodurch wiederum ein weiterer mathematischer Kompetenzaufbau erschwert wird. Daher ist es unumgänglich, dass diese Schülerinnen und Schüler möglichst frühzeitig differenziert erkannt sowie unterrichtsintegriert und -begleitend durch fachdidaktisch ausgebildete Lehrpersonen gefördert werden. Hierzu soll der folgende Fachbrief einige zentrale Hinweise herausstellen, die sich an dem aktuellen Positionspapier der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik «Besondere Schwierigkeiten beim Mathematiklernen» orientieren.

Dem Positionspapier der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik folgend wird empfohlen, für die Arbeit mit Lehrkräften in der Unterrichtspraxis auf Bezeichnungen wie Rechenstörung oder Dyskalkulie zu verzichten, da diese eher auf eine spezielle Beeinträchtigung beim Rechnen zielen, die beim Lernenden isoliert als Teilleistungsstörung zu verorten sei und ein spezifisches Erscheinungsbild beschreibe, das in Diskrepanz zu erwartbaren Leistungen gleichaltriger Lernender im Bereich Mathematik stehe und schließlich für diese Lernenden eine spezielle Diagnostik und Förderung vorsehe.

Besondere Schwierigkeiten beim Mathematiklernen manifestieren sich vor allem im Zuge der unterrichtlichen Arbeit an der Leitidee "Zahl und Operation". Sie werden in der Regel offenkundig beim verfestigten zählenden Rechnen und verständnisarmen Befolgen von Rechenregeln, die mechanisch durchgeführt werden. Die Schwierigkeiten

² Gaidoschik, M., Moser Opitz, E., Nührenbörger, M., & Rathgeb-Schnierer, E. (2021). Besondere Schwierigkeiten beim Mathematiklernen. Sonderausgabe der Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik, 47 (111S). Verfügbar unter: <https://ojs.didaktik-der-mathematik.de/index.php/mgdm/issue/view/46>

beschränken sich aber nicht allein auf die fehlenden arithmetischen Kompetenzen beim Erwerb von Vorstellungen zu Zahlen oder Rechenoperationen, sondern betreffen auch den Wesenskern der Mathematik - d. h. das Erkennen von mathematischen "Mustern, Strukturen und funktionalen Zusammenhängen" - sowie die Ausbildung der prozessbezogenen Kompetenzen - d. h. das mathematische Kommunizieren, Argumentieren, Darstellen, Modellieren und Problemlösen. Für eine erfolgreiche pädagogische und fachdidaktische Arbeit mit den Schülerinnen und Schülern, die Schwierigkeiten beim Mathematiklernen entwickeln und zeigen, sind in erster Linie die pädagogischen und fachdidaktischen Möglichkeiten in der Schule durch eine am Mathematikunterricht orientierte und auch im Mathematikunterricht eingebettete förderbezogene Diagnose auszuschöpfen.

Es ist wichtig, dass die spezifischen Ausprägungen von Schwierigkeiten möglichst frühzeitig erkannt werden können und dass zugleich die Qualität des Mathematikunterrichts dahingehend verbessert wird, dass dieser fördernd wirkt und die Entstehung von entsprechenden Schwierigkeiten verringert. Lernsituationen im Unterricht sind zudem zu ergänzen durch unterrichtsbegleitende Maßnahmen, die zusätzliche individuelle Förderung in Klein- oder Einzelgruppensequenzen gewährleisten können. Besondere Beachtung erfahren hierbei aus fachdidaktischer Perspektive die drei Leitprinzipien einer mathematisch strukturierten Förderung mit geeigneten analog und auch digital aufbereiteten Veranschaulichungen und Arbeitsmitteln (insbesondere die Arbeit an Punktefeldern):

- (1) diagnosegeleitet und differenzsensibel,*
- (2) verstehensorientiert und darstellungssensibel sowie*
- (3) kommunikativ und sprachsensibel.*

Mit Blick auf die mit einer Ausprägung von besonderen Schwierigkeiten beim Mathematiklernen einhergehenden psycho-sozialen Prozesse, wie z. B. Demotivation oder gar Mathematikangst, sind neben einer möglichst früh ansetzenden Förderung durch dafür besonders qualifizierte Lehrkräfte auch begleitende schulisch-administrative Maßnahmen wichtig, die den psychischen Druck auf die betroffenen Lernenden reduzieren und der Motivation zum Aufholen von Lernrückständen förderlich sein können. Hier ist weniger an technische Mittel zu denken, da diese keine Unterstützung bei der Ausbildung mathematischer Grundvorstellungen und Konzepte darstellen. Hingegen wäre die Möglichkeit, Lernziele an dem anzupassen, was für die betroffenen Lernenden unter Beachtung der stofflichen Hierarchie der Pflichtschulmathematik erreichbar ist ebenso wie auch die Bereitstellung ausreichender Zeitressourcen im und neben dem Unterricht sinnvoll.

Mit freundlichen Grüßen

Marcus Niehaus

2 Entstehung von Rechenschwierigkeiten und Prävention innerhalb des Unterrichts

Aufbauend auf der Bedeutung der frühzeitigen Diagnose und Förderung bei Rechenschwierigkeiten werden in den folgenden Kapiteln Merkmale mathematischer Grundkenntnisse sowie Ansätze zur Prävention von Rechenschwierigkeiten vorgestellt.

2.1 Vier zentrale Merkmale für Schwierigkeiten im Rechnen

Ein nicht tragfähiges Zahlverständnis

Das nachfolgende Beispiel aus dem Anfangsunterricht illustriert die Vorläuferfähigkeit, Mengen richtig abzählen zu können, also einer Menge die entsprechende Zahl zuzuordnen und umgekehrt. Im Beispiel wird das Zahlwort „sieben“ noch nicht mit der Menge 7 verknüpft, sondern Silben zum Abzählen der Menge verwendet (siehe Abbildung 1).

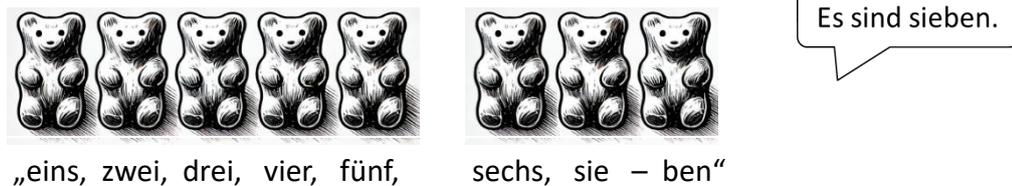


Abbildung 1: Beispiel für fehlerhafte Zuordnung von Zahl und Menge³

Im Laufe des Anfangsunterrichts sollten Lernende nicht nur Zahlworte einer Menge und Position zuordnen lernen, sondern ebenso verschiedene Zahldarstellungen miteinander verknüpfen. Der Darstellungswechsel dient hierbei als Verständnisindikator.

Zum Erwerb eines umfangreichen Zahlbegriffs zählt das Teil-Ganze-Verständnis als ein wesentlicher Meilenstein. Wenn Lernende nicht verstanden haben, dass Zahlen aus anderen Zahlen zusammengesetzt sind, können sie weder Beziehungen noch Strukturen erkennen oder sinnvoll nutzen (Kraft der 5 bzw. 10; das Doppelte; die Hälfte; weniger/mehr als).

Im späteren Lernverlauf mag dann auch die Orientierung im größeren Zahlenraum nicht gelingen, sodass bspw. Aufgaben wie 401-399 schriftlich gerechnet werden, obwohl die Zahlen offensichtlich so nah beieinanderliegen und keine Rechnung erfordern.

Ein nicht tragfähiges Stellenwertverständnis

Das dekadische Zahlensystem besteht nur aus den Ziffern 0-9, die je nach Position eine andere Bedeutung mit sich tragen. Lernende müssen das Prinzip der fortgesetzten Bündelung und die damit einhergehende Bedeutung der Stellenwerte in unserem Zehnersystem

³ Abbildung 1 „Acht Gummibärchen“, Microsoft CoPilot, generiert von Svenja Schreiner am 20.05.2025

verstehen. Ob dieses Verständnis entwickelt wurde, wird beim Wechsel zwischen Sprache und Materialdarstellung offensichtlich (siehe Abbildung 2).

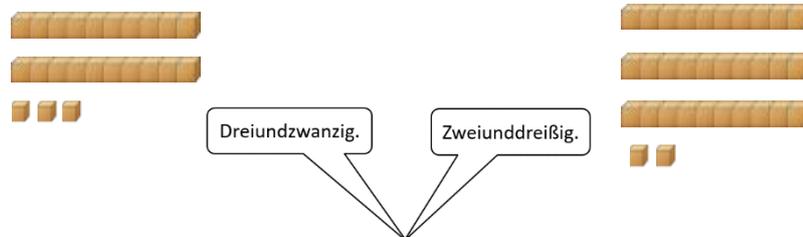


Abbildung 2: Vorstellungen zum Stellenwertsystem⁴

Haben Lernende zu wenig Gelegenheiten, Mengen mit Material darzustellen, zu bündeln bzw. zu entbündeln, können sie ihr Verständnis für Stellenwerte möglicherweise nicht ausreichend entwickeln und scheitern an Aufgaben wie dieser:

Lehrkraft: „Welche Zahl kannst du aus 17 Einern und 53 Zehnern bilden?“

Lernende: „1753“ oder „5317“ oder ...

Abbildung 3: Beispiel für ein fehlendes Stellenwertverständnis

Leider wird ein mangelndes Stellenwertverständnis teilweise gar nicht oder erst spät erkannt, weil im Gegensatz zur Aufgabe (Abbildung 3) lediglich das Eintragen von Zahlen in die Stellenwerttafel abgefragt wird. Ob das Prinzip der fortgesetzten Bündelung verstanden ist, bleibt dabei verborgen.

Verfestigung des zählenden „Rechnens“

Bei Vorschulkindern oder Schulanfängern ist das Lösen von Aufgaben durch Abzählen ganz normal und auch wichtig, um die Fähigkeit zur Menge-Zahl-Zuordnung auszubilden. Im weiteren Lernprozess sollte das Abzählen jedoch durch strategisches Rechnen erweitert und abgelöst werden.

Die abzählende Methode des Aufgabenlösen erfordert nicht nur eine hohe Konzentration, sondern ist außerdem auch sehr fehleranfällig. Ein häufiges Indiz für zählendes Rechnen ist daher oft der „plus 1- bzw. minus 1-Fehler“, der entsteht, wenn beim Weiterzählen die Ausgangszahl nochmal mitgezählt wird (siehe Abbildung 4).

⁴ Zehnersystemmaterial. Erstellt mit dem Worksheet Crafter - www.worksheetcrafter.com

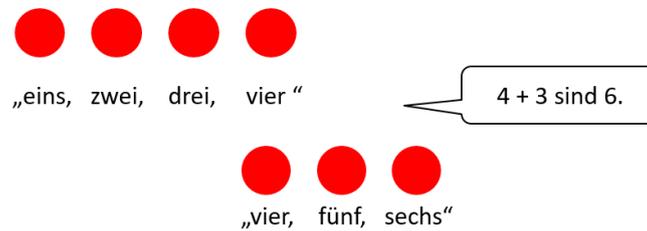


Abbildung 4: Ein typischer Fehler beim Weiterzählen⁵

Verfestigen sich zählende Lösungswege, wenden Lernende diese auch in größeren Zahlenräumen an. Entweder wird zu Materialien gegriffen, die zählende Lösungsfindungen erlauben (Rechenrahmen, Hundertertafel), oder die Zahlen werden unbedacht in Ziffern zerlegt und die Stellenwerte vernachlässigt (siehe Abbildung 5).

Lehrkraft: „Wie rechnest du die Aufgabe $53 - 27$?“

Lernende: „5 minus 2 ist 3.
Und dann noch 7 minus 3. Das sind 4.
Das Ergebnis ist 34.“

Abbildung 5: Beispiel einer wahllosen Zerlegung von Zahlen in Ziffern

Ein weiteres Indiz für zählendes Rechnen kann das Aufsagen von Einmaleins-Ergebnissen sein, wenn diese als einziger Weg zum Lösen von Multiplikationsaufgaben herangezogen werden. In diesem Fall wird nicht multiplikativ gerechnet, sondern das Abzählen der Einmaleins-Ergebnisse zur Lösungsfindung genutzt.

Ein nicht tragfähiges Operationsverständnis

Dies kann sich zeigen, wenn die Lernenden z.B. zu einer Aufgabe keine passende Rechengeschichte finden oder zeichnen können (siehe Abbildung 6). Häufig lösen sie die Aufgaben sogar richtig, weswegen es erst spät auffällt, dass das Verständnis der Operation nicht ausreichend entwickelt ist.

Lehrkraft: „Erfinde eine Rechengeschichte zu $5 \cdot 4$.“

Lernende: „Marie lädt zu ihrem Geburtstag 5 Freunde ein.“

[Denkpause]

„Der Geburtstag ist in 4 Tagen.“

Abbildung 6: Beispiele einer fehlenden Grundvorstellung zur Multiplikation

Unzureichende Vorstellungen von Rechenoperationen, hier im Beispiel: „Was heißt eigentlich *malnehmen*?“ verhindert das Nutzen von Beziehungen und Strukturen, hier das Denken in Gruppen.

Sowohl Aufgaben wie: „Zeige am Punktefeld, wo du sechs Fünfer siehst?“ als auch das Ableiten von Aufgaben (z.B. aus Kernaufgaben) gestalten sich für diese Lernenden problematisch, weil sie nicht wissen, welche Malaufgaben ihnen helfen könnten, um beispielsweise 7 mal 6 auszurechnen.

Um nachhaltiges Verstehen aufzubauen, müssen zu allen Rechenoperationen verschiedene Grundvorstellungen entwickelt werden. Bei der Subtraktion kann zum Beispiel die Bildung von Restmengen neben der Ermittlung des Unterschieds beschrieben werden (siehe Abbildung 7).

Bildung einer Restmenge:	Ermittlung eines Unterschieds:
Melanie hat sieben Stifte. Das sind drei mehr als Ole.	Melanie hat sieben Stifte und Ole hat vier Stifte.
Wie viele Stifte hat Ole?	Wie viele Stifte muss ich Ole geben, damit beide Kinder gleich viele Stifte besitzen?

Abbildung 7: Beispiele zu verschiedenen Grundvorstellungen der Subtraktion.

2.2 Entwicklung von arithmetischen Basiskompetenzen zur Prävention von Schwierigkeiten im Rechnen

Für einen erfolgreichen Kompetenzaufbau im Fach Mathematik ist es notwendig, dass in den ersten Schuljahren folgende mathematischen Basiskompetenzen entwickelt werden:

- Zahlverständnis (Grundvorstellungen besitzen, Darstellungen vernetzen, Zahlbeziehungen nutzen)
- Stellenwertverständnis (Vorstellungen besitzen, Darstellungen vernetzen, Strukturen nutzen)
- Operationsverständnis (Grundvorstellungen besitzen, Darstellungen vernetzen, Aufgabenbeziehungen nutzen)
- Schnelles Kopfrechnen (Ableitungsstrategien nutzen, Basisfakten abrufen)
- Zahlenrechnen (halbschriftliche Rechenstrategien verwenden, sicher rechnen)

Hinweise zu diesen Basiskompetenzen sind im Orientierungsrahmen „Arithmetische Basiskompetenzen“⁶ zu finden. Darüber hinaus wurden durch das DZLM Anregungen für den Unterricht⁷ zusammengestellt.

6 DZLM (2022). Orientierungsrahmen Arithmetische Basiskompetenzen. Verfügbar unter: <https://pikas.dzlm.de/unter-richt/zahlen-und-operationen/arithmetische-basiskompetenzen>

7 DZLM: Digitale Pinnwand „Tragfähiges Zahlverständnis“: <https://www.taskcards.de/#/board/dae16795-f055-4145-978a-f3217825dbbd/view?token=2924565c-2eb9-41e8-8cb8-d7dbbefe8db4>

Ein Unterrichtsprinzip ist die Vernetzung von verschiedenen Darstellungsebenen (siehe Abbildung 8). Lernende mit einer hohen Kompetenzentwicklung in Mathematik können flexibel zwischen Darstellungen wechseln und Zusammenhänge erklären. Wenn Lehrkräfte kontinuierlich diese Vernetzung initiieren, unterstützen sie die Kompetenzentwicklung ihrer Lernenden nachhaltig.

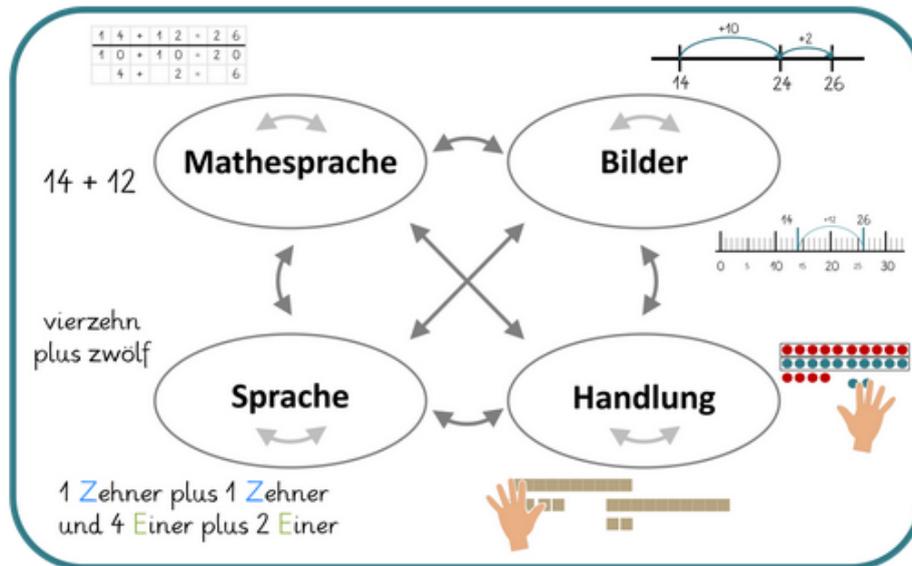


Abbildung 8: Vernetzung von Darstellungen⁸

Weitere Materialien zur Darstellungsvernetzung:

- „Themenkisten“⁹ der iMINT-Akademie Berlin.
- Erklär- und Lernvideos von „Mahiko“ (Mathehilfe kompakt)¹⁰

Erfahrene Lehrkräfte der iMINT-Akademie im BLiQ entwickeln zurzeit Materialien für ein Matheband, dessen Aufgaben Darstellungsebenen verknüpfen.

Das Matheband

Die Ergebnisse der letzten Vergleichstests (VERA 3/ IQB-Bildungstrend) zeigen eine besorgniserregende Entwicklung der mathematischen Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern. Um diesem Negativtrend entgegenzuwirken, wird in Berlin ab dem Schuljahr 2025/2026 schrittweise beginnend mit den Jahrgangsstufen 1 und 2 ein „Matheband“ eingeführt, mit dem Basiskompetenzen gezielt wachgehalten, gefördert und weiterentwickelt werden. Dieses Matheband ist für Schulen des Startchancen-Programms verpflichtend, für alle anderen Schulen fakultativ. Nach dem Prinzip der Darstellungsvernetzung

8 siehe: <https://pikas.dzlm.de/schumas/arithmetic-12/modul-3/mini-module/33-darstellungsvernetzung>

9 siehe: <https://bildungsserver.berlin-brandenburg.de/imint-grundschule-themenkisten>

10 siehe: <https://mahiko.dzlm.de>

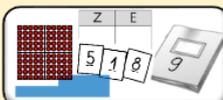
sind die Aufgaben des „Mathebandes“ mithilfe von Materialien, wie bspw. Wendepäckchen und Zwanzigerstreifen, Hunderter-Punktfeld, zu bearbeiten. Das „Matheband“ besteht aus einer Aufgabenkartei für die Hand der Lehrkraft und passendem Material für Schülerinnen und Schüler.

Es ist vorgesehen, dass das „Matheband“ dreimal pro Woche von der Mathematiklehrkraft angeleitet wird, wobei die jeweilige Aufgabe etwa 5 bis 10 Minuten zu Beginn einer Unterrichtsstunde benötigt (siehe Abbildung 9). Symbole geben eine Empfehlung zur Sozialform. Die Aufgaben haben wiederholenden Charakter und sollten daher unabhängig vom eigentlichen Thema des Fachunterrichts eingesetzt werden. Es gibt sowohl Aufgaben zur Verständnissicherung, als auch zum automatisierten Rechnen. Eine Folie der Aufgabenkartei enthält stets die drei Aufgaben für eine Woche, die aufeinander aufbauend konzipiert sind.

Als präventive Maßnahme zur Vermeidung von Rechenschwierigkeiten sind viele Aufgaben des Mathebandes materialgestützt und bieten Möglichkeiten effektiven Lernens. Auf der Rückseite jeder Aufgabenkarte finden Lehrkräfte weiterführende Informationen und Anregungen zur Aufgabenvariation.

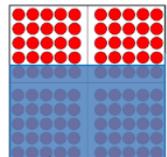
Zahlen am Hunderterfeld

Mengen erfassen und Zahlen darstellen



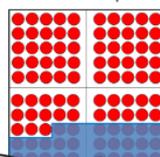
Nennt eine **Zehnerzahl**.

Das Partnerkind zeigt sie am Hunderterfeld und erklärt.



Das sind 4 Zehnerreihen.

Zeigt eurem Partnerkind eine Zahl am Hunderterfeld und erklärt.



Das sind 7 Zehnerreihen und 3 Einer. Die Zahl heißt 73.

Das Partnerkind legt die Zahl in der Stellenwerttafel.

Z	E
7	3

„Blitzblick“:

Ihr seht **kurz** Zahlen am Hunderterfeld.

Notiert sie in der Stellenwerttafel im Heft S. 9.

Z	E

Wie erkennt ihr die Zahlen schnell?

17

Heft, erstellt mit dem Worksheet-Crafter – www.worksheetcrafter.com

Hunderterfelder, erstellt mit dem Worksheet-Crafter – www.worksheetcrafter.com

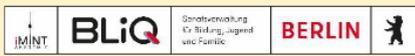


Abbildung 9: Beispiel für eine Aufgabenkarte des Mathebandes für drei Tage¹¹

11 siehe <https://bildungsserver.berlin-brandenburg.de/i-mint-akademie/scp-mathematik-berlin/materialien>

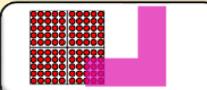
In der Schulanfangsphase werden die Grundlagen gelegt, um später sicher und flexibel rechnen zu können. Ein sicheres Zahl- und Stellenwertverständnis ist dabei Voraussetzung für ein tragfähiges Operationsverständnis. Neben zahlreichen Zähl- und Abzählübungen (vorwärts, rückwärts, in Schritten) profitieren die Lernenden im Matheband von Übungen, um Zahlen sowohl kardinal (als Menge) als auch ordinal (als Zahl in einer Reihe) zu verstehen. Die Lernenden entwickeln dabei Fähigkeiten, Mengen durch strukturierte Darbietung (quasi-)simultan zu erfassen, Abbildungen zu sortieren und Zahlen zuzuordnen. Sie können lernen, Zahlbeziehungen zu nutzen, Zahlen zu zerlegen und neu zusammensetzen. Auch die Fünfer- und Verdopplungsstruktur sowie Nachbarschaftsbeziehungen zu erkennen, helfen den Lernenden, sich vom Abzählen zu lösen und strategisch und flexibel zu rechnen.

Zur Entwicklung eines tragfähigen Operationsverständnisses bietet das Matheband Lerngelegenheiten, um Grundvorstellungen zu den einzelnen Rechenoperationen zu festigen (z. B., dass „minus“ nicht nur wegnehmen bedeutet, sondern auch ergänzen und den Unterschied bestimmen). Die Lehrkraft sollte also im Klassenunterricht immer wieder anregen, die verschiedenen Darstellungen miteinander zu vernetzen. Rechenstrategien sollten materialgestützt, mit bildlichen Darstellungen und sprachlicher Begleitung erarbeitet und immer wieder neu erkundet werden.

Voraussetzung für ein automatisiertes Einprägen von Malaufgaben sind zunächst Übungen zu den Kernaufgaben des Einmaleins. Mithilfe dieser können weitere Malaufgaben abgeleitet und ergänzt werden. Der Malwinkel (Abbildung 10 und 11) veranschaulicht die multiplikative Grundvorstellung am Punktefeld und unterstützt das Sprechen über mathematische Inhalte.

Multiplikation am Punktefeld

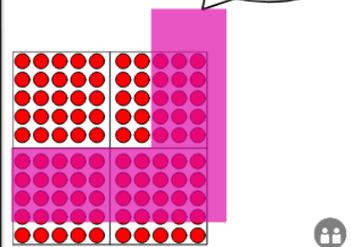
Operationsvorstellungen entwickeln



Stellt die Multiplikationsaufgaben mit dem Malwinkel am Punktefeld dar.

$5 \cdot 7$ $3 \cdot 9$ $9 \cdot 6$

Sprecht dazu: Das sind 5 Siebener.



Stellt euch gegenseitig Aufgaben.

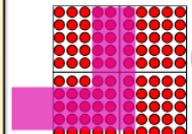
Zeigt sie am Punktefeld und rechnet sie aus.

Zeige 8 Neuner.

Zeige die Aufgabe 8 mal 9.

Zeigt euch gegenseitig mit dem Malwinkel Multiplikationsaufgaben.

Nennt und zeigt die Aufgabe und die Tauschaufgabe.



Ich sehe 3 Sechser.
 $3 \cdot 6$

Das sind 6 Dreier.
 $6 \cdot 3$

46



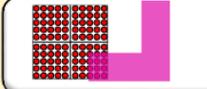




Abbildung 10: Aufgabenkarte aus dem „Matheband für die Jahrgangsstufe 2 und 3“¹²

Einmaleins mit Kernaufgaben

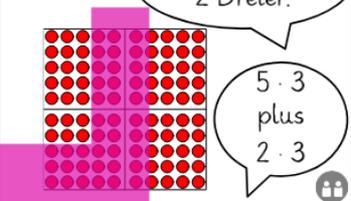
Operationsvorstellungen entwickeln



Stellt die Malaufgaben mit dem Malwinkel am Punktefeld dar.

$7 \cdot 3$ $6 \cdot 4$

Zerlegt sie mithilfe der Kernaufgaben in zwei einfache Aufgaben und rechnet aus.



5 Dreier und 2 Dreier.

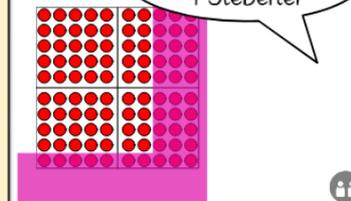
5 · 3
plus
2 · 3

Stellt die Aufgaben mit dem Malwinkel am Punktefeld dar.

$9 \cdot 7$ $8 \cdot 6$

Zerlegt sie mithilfe der Kernaufgaben in einfache Aufgaben und rechnet aus.

10 Siebener minus 1 Siebener



Stellt euch gegenseitig Aufgaben.

Zeigt sie am Punktefeld und zerlegt sie mithilfe der Kernaufgaben.

Berechnet das Ergebnis.

49







Abbildung 11: Aufgabenkarte aus dem „Matheband für die Jahrgangsstufe 2 und 3“¹²

12 siehe: <https://bildungsserver.berlin-brandenburg.de/i-mint-akademie/scp-mathematik-berlin/materialien>

Im Sinne des Prinzips „Inhaltliches Denken vor Kalkül“¹³ empfehlen sich Aufgaben zum automatisierten Üben, wenn Lernende ihr Verständnis zu Grundvorstellungen bereits tragfähig erworben haben.

Die nachstehende Karteikarte (Abbildung 12) zeigt Ideen für Lerngelegenheiten, in denen das Einmaleins automatisiert eingeübt werden kann. Dabei müssen Verknüpfungen zu inhaltliche Denkweisen konsequent mitgedacht und bei Bedarf wiederholend thematisiert werden.

Kernaufgaben üben

Kernaufgaben des kleinen Einmaleins üben



Im Heft S. 23 findet ihr Aufgaben und Ergebnisse.

Rechnet gemeinsam.

- Deckt die Ergebnisse ab.
- Ein Kind stellt die Aufgabe, das andere rechnet.
- Nach dem Kontrollieren wechselt ihr.

5 · 8 =	40
2 · 7 =	14
2 · 8 =	=
5 · 7 =	=
10 · 9 =	=
2 · 5 =	=



Rechnet gemeinsam.

- Deckt die Ergebnisse ab.
- Ein Kind stellt die Aufgabe, das andere rechnet.
- Nach dem Kontrollieren wechselt ihr.

5 · 8 =	40
2 · 7 =	14
2 · 8 =	=
5 · 7 =	=
10 · 9 =	=
2 · 5 =	=

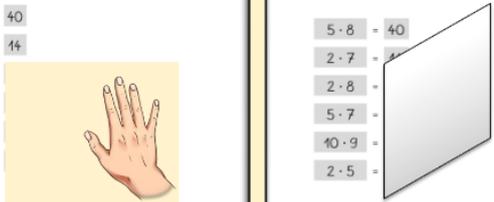


Stellt eine Sichtblende so auf, dass nur das eine Kind die Aufgaben sehen kann.

Es stellt die Aufgaben und kontrolliert.

Nach 5 Aufgaben wechselt ihr.

5 · 8 =	40
2 · 7 =	=
2 · 8 =	=
5 · 7 =	=
10 · 9 =	=
2 · 5 =	=



48

Heft, erstellt mit dem Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com

Hand, erstellt mit dem Worksheet Crafter – www.worksheetcrafter.com




Senatsverwaltung
für Bildung, Jugend
und Familie




Abbildung 12: Aufgabenkarte aus dem „Matheband für die Jahrgangsstufe 2 und 3“¹⁴

13 Prediger, Susanne: „Inhaltliches Denken vor Kalkül“, in: Fritz, Annemarie/Schmidt, Siegbert (Hg.): Fördernder Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I, Beltz Verlag, Weinheim 2009, S. 213-234.

14 siehe: <https://bildungserver.berlin-brandenburg.de/i-mint-akademie/scp-mathematik-berlin/materialien>

2.3 Fortbildungsprogramme und Materialien

Um einen verständnisorientierten Mathematikunterricht wirkungsvoll zu implementieren, werden durch die iMINT-Akademie im BLiQ umfassende Fachberatungen und Fortbildungen angeboten:

- **Das Berliner Matheband**

Digitale Materialien stehen im Schulportal im Bereich der iMINT-Akademie im BLiQ zum Download zur Verfügung (<https://schulportal.berlin.de/lehren-lernen>¹⁵):

Aufgabenkartei

Arbeitshefte für Schülerinnen und Schüler

Kopiervorlagen

Materialliste

Handreichung mit Hinweisen zur Durchführung

Erklärvideo zum Konzept des Mathebandes

Neben Online-Fortbildungen¹⁶ können Startchancenschulen individuelle Fachberatungen für ihre Schule vereinbaren¹⁷.

- **Online Fortbildung zur Kartei „Auf dem Weg zum denkenden Rechnen“¹⁸**

In jeder Lerngruppe gibt es Kinder, die zählend rechnen und dadurch wichtige arithmetische Zusammenhänge nicht verstehen. Grundlage der dreiteiligen Fortbildungsreihe ist die Förderkartei „Auf dem Weg zum denkenden Rechnen“¹⁹, die allen Berliner Grundschulen zur Verfügung gestellt wurde. Interessierte Lehrkräfte, die Rechenprobleme ihrer Schüler und Schülerinnen genauer verstehen und ein Förderkonzept zu ihrer Überwindung kennenlernen und erproben wollen, werden theorie- und praxisorientiert unterstützt.

- **„Mathe wirksam fördern“ (Jahrgangsstufe 1-3)²⁰**

Die Grundlagen für ein erfolgreiches Mathematiklernen werden in den ersten Schuljahren gelegt. Ziel des Anfangsunterrichts ist die Entwicklung tragfähiger Vorstellungen von Mengen, Zahlen und Rechenoperationen, um ein erfolgreiches und verstehensorientiertes Weiterlernen zu ermöglichen. Treten Schwierigkeiten bei

15 direkter Link: <https://bildungsserver.berlin-brandenburg.de/i-mint-akademie/scp-mathematik-berlin/materialien>

16 siehe: <https://fortbildungen.berlin/>

17 Kontakt möglich über: Kontakt.iMINT@senbjf.berlin.de

18 siehe: <https://fortbildungen.berlin/>

19 siehe: <https://bildungsserver.berlin-brandenburg.de/imint-grundschule-mathe-materialien>

20 siehe: <https://bildungsserver.berlin-brandenburg.de/i-mint-akademie-grundschule/mathematik/unterrichtsentwicklung-mit-mathe-wirksam-foerdern>

Grundlegung oder Absicherung von Basiskompetenzen auf, ist es wichtig, dies frühzeitig zu erkennen und eine passgenaue Förderung zu leisten. Die schuljahresbegleitende Fortbildungsreihe „Mathe wirksam fördern“ richtet sich an Lehrkräfte im Anfangs- und Förderunterricht sowie Beratungslehrkräfte für Rechenschwierigkeiten. Sie unterstützt Lehrkräfte dabei, mit Hilfe der Kartei „Auf dem Weg zum denkenden Rechnen“ zu diagnostizieren, ihren Unterricht auf Grundlegendes zu fokussieren und qualifiziert zu fördern.

- **„Mathe sicher können“ (Jahrgangsstufe 3-7)²¹**
„Mathe sicher können“ verfolgt das Ziel, Verstehenslücken von Lernenden in den Jahrgangsstufen 3 bis 7 zu schließen und systematisch zu fördern, sodass anschlussfähiges mathematisches Basiswissen aufgebaut werden kann. Im Rahmen des Projektes werden Lehrkräfte professionalisiert, d.h. sie qualifizieren in erster Linie ihre diagnostische Kompetenz, um auf dieser Grundlage erfolgreicher unterrichten und fördern zu können. Dabei bildet das an der TU Dortmund entwickelte und erprobte Förderkonzept mit Diagnose- und Fördermaterialien die Grundlage.
- **„QuaMath - Unterrichtsqualität in Mathematik entwickeln“ (Jahrgangsstufe 1-13)²²**
Ziel des Programms ist es, die Qualität des Mathematikunterrichts in den Jahrgangsstufen 1 bis 13 langfristig zu entwickeln und Mathematiklehrkräfte bei der Förderung mathematischer Kompetenzen zu unterstützen. Dazu nimmt ein Team bestehend aus 3-5 Lehrkräften einer Schule über 2 Jahre an Fortbildungsbausteinen im Rahmen von Netzwerktreffen teil, kann schulübergreifend in den fachlichen Austausch treten und erhält zusätzlich Anregungen für Praxiserprobungen und Transfermöglichkeiten der Inhalte ins eigene Kollegium.

Während QuaMath Inhalte aller Leitideen thematisiert, fokussiert „Mathe sicher können“ Förderbausteine im Bereich „Zahlen und Operationen“. Diese tauchen bei QuaMath zwar als Teilmodul auf, werden bei „Mathe sicher können“ jedoch deutlich umfangreicher und differenzierter behandelt.

21 siehe: <https://bildungsserver.berlin-brandenburg.de/i-mint-akademie-grundschule/mathematik/unterrichtsentwicklung-mit-mathe-sicher-koennen>

22 siehe: <https://bildungsserver.berlin-brandenburg.de/i-mint-akademie/quamath-berlin>

3 Diagnose, Förderung, Nachteilsausgleich und Notenschutz bei Schwierigkeiten im Rechnen

Im Jahr 2020 wurde durch die Senatsverwaltung für Bildung, Jugend und Familie der Leitfaden „Schwierigkeiten im Lesen, Rechtschreiben und Rechnen“²³ herausgegeben, der sowohl Hinweise zur Diagnostik als auch zum Nachteilsausgleich und Notenschutz enthält. Ergänzt wurde dieser durch die „FAQ Rechenschwierigkeiten“²³. Beide Broschüren sind geeignet, um sich sowohl über die rechtlichen Vorgaben als auch über Möglichkeiten der Diagnose und Förderung sowie über Nachteilsausgleich und Notenschutz zu informieren.

3.1 Diagnose von Schwierigkeiten im Rechnen und Förderung

„Jede Schule trägt die Verantwortung dafür, dass die Schülerinnen und Schüler, unabhängig von ihren Lernausgangslagen [...] zu ihrem bestmöglichen Schulabschluss geführt werden. [...] Der Unterricht ist nach Inhalt und Organisation so zu differenzieren, dass alle Schülerinnen und Schüler Lern- und Leistungsfortschritte machen können.“²⁴

Damit ist jede Lehrkraft aufgefordert, Rechenschwierigkeiten rechtzeitig zu diagnostizieren und anschließend eine adäquate Förderung innerhalb des Unterrichts zu initiieren. Zur Diagnose ist es notwendig, dass die Lehrkraft einen Einblick in die Denkprozesse ihrer Lernenden erhält. Eine Verbalisierung von Rechenwegen kann zeigen, dass beispielsweise richtige Strategien fehlerhaft angewendet werden und die Grundvorstellungen zu dieser Strategie noch nicht ausreichend entwickelt wurden. Folgende gezielte Impulse helfen, mit den Lernenden ins Gespräch zu kommen:

- Wie hast du gerechnet?
- Zeige mir deinen Lösungsweg mit Material.

Neben der Diagnose durch gezielte Fragen eignen sich unter anderem diese prozessorientierten Diagnoseinstrumente:

- LauBe (Lernausgangslage Berlin) zu Beginn der 1. Jahrgangsstufe²⁵
- Testkarten aus der Kartei „Auf dem Weg zum denkenden Rechnen“²⁶
- ILeA plus - Individuelle Lernstandsanalysen online (ab Jahrgangsstufe 2)²⁷

23 siehe: <https://www.berlin.de/sen/bildung/schule/foerderung/lernschwierigkeiten/rechenschwierigkeiten/>

24 vgl. Schulgesetz § 4 (2)

25 siehe: <https://www.isq-bb.de/wordpress/werkzeuge/laube/>

26 siehe: <https://bildungsserver.berlin-brandenburg.de/imint-grundschule-mathe-materialien>

27 siehe: <https://www.isq-bb.de/wordpress/werkzeuge/ileaplus/>

Es wird grundsätzlich zwischen „Schwierigkeiten im Rechnen“ und „stark ausgeprägten Schwierigkeiten im Rechnen“ unterschieden.

Schwierigkeiten im Rechnen:	stark ausgeprägte Schwierigkeiten im Rechnen:
Die Leistungen im Bereich Zahlen und Operationen bleiben hinter den Anforderungen des Regelunterrichts zurück.	Die Leistungen im Bereich Zahlen und Operationen bleiben hinter den Anforderungen des Regelunterrichts zurück und sind nicht ausreichend.
Diagnostische Verfahren zeigen, dass im Bereich Zahlen und Operationen keine tragfähigen Zahlvorstellungen (kardinal und ordinal), sowie Vorstellungen zu Rechenoperationen und Strategien zu deren Ausführung vorhanden sind (fehlende Ablösung vom zählenden Rechnen).	Diagnostische Verfahren zeigen, dass im Bereich Zahlen und Operationen keine tragfähigen Zahlvorstellungen (kardinal und ordinal), sowie Vorstellungen zu Rechenoperationen und Strategien zu deren Ausführung vorhanden sind (fehlende Ablösung vom zählenden Rechnen). Langanhaltende Schwierigkeiten im Rechnen bestehen trotz diagnosegestützter Förderung auf Grundlage eines Förderplans fort und die Lerndokumentation belegt geringe Fortschritte.
Es gibt keine Anzeichen für eine allgemeine Einschränkung im Lernvermögen.	Es gibt keine Anzeichen für eine allgemeine Einschränkung im Lernvermögen.

Tabelle 1: Merkmale zur Unterscheidung von „Schwierigkeiten im Rechnen“ und „stark ausgeprägten Schwierigkeiten im Rechnen“²⁸

Rechenschwierigkeiten beeinträchtigen die Lernenden erheblich. Wie bereits dargestellt, kann ein Mathematikunterricht, der kognitiv aktivierend, verständnisorientiert und kommunikationsfördernd ist, Rechenschwierigkeiten vorbeugen, sodass diese gar nicht erst entstehen bzw. sich manifestieren. Dazu müssen Defizite rechtzeitig erkannt und die Lernenden entsprechend gefördert werden. Unterstützung wird zuerst innerhalb des Mathematikunterrichts realisiert, schulinterne Fördergruppen können nach Bedarf und Ressource eingerichtet werden.

²⁸ siehe: https://bildungsserver.berlin-brandenburg.de/fileadmin/bbb/schule/grundschulportal/publikationen_grundschule/Schwierigkeiten-im-Lesen-Rechtschreiben-und-Rechnen-Leitfaden-Nachteilsausgleich-und-Notenschutz-Dezember-2019.pdf

3.2 Nachteilsausgleich und Notenschutz

Wenn Schülerinnen und Schüler durch stark ausgeprägte Rechenschwierigkeiten ihr vorhandenes Leistungsvermögen nicht ohne Unterstützung im Rahmen der Leistungsbewertung darstellen können, ist ein Nachteilsausgleich zu gewähren. Dabei ist das fachliche Anforderungsniveau zwingend zu wahren. Ein Nachteilsausgleich ist damit eine zusätzliche Maßnahme zur Förderung der Lernenden. Alle Regelungen zum Nachteilsausgleich und Notenschutz werden in der Grundschulverordnung²⁹, der Sekundarstufe I-Verordnung³⁰ sowie im Leitfaden³¹ im Sinne der schulaufsichtlichen Vorgabe ausführlich beschrieben.

Nachteilsausgleich bei ausgeprägten Schwierigkeiten im Rechnen in der Grundschule und der Sekundarstufe I

Nachteilsausgleiche sollen den Schülerinnen und Schülern ermöglichen, ihr vorhandenes Leistungsvermögen zu zeigen. Das fachliche Anforderungsniveau ist dabei stets zu wahren, es darf durch den Nachteilsausgleich nicht gesenkt werden.

Nachteilsausgleiche müssen individuell erforderlich, angemessen und geeignet sein. Sie stellen Chancengleichheit her und werden nicht auf dem Zeugnis vermerkt.

Über geeignete Maßnahmen entscheidet die Schulleitung auf Vorschlag der Klassenkonferenz. Diese berät mindestens einmal im Schuljahr über die Maßnahmen des Nachteilsausgleichs.

Maßnahmen können eine Verlängerung der Arbeitszeit von bis zu 25 % oder der Einsatz **methodisch-didaktischer Hilfen** sein.

Tabelle 2: Nachteilsausgleich bei ausgeprägten Schwierigkeiten im Rechnen²⁹

Bei der Auswahl methodisch-didaktischer Hilfen muss darauf geachtet werden, dass das Anforderungsniveau durch deren Einsatz nicht gesenkt wird. Die Wahl dieser Hilfen ist stets in Abhängigkeit von dem jeweiligen Thema und der konkreten Aufgaben zu treffen. Es eignen sich beispielsweise Dienes-Material, Punktefelder oder anderes Material, das einen Zugang auf einer anderen Darstellungsebene ermöglicht; Malfolgentabellen oder Taschenrechner dagegen senken in den Lernerfolgskontrollen, wie z. B. Klassenarbeiten, der Grundschule häufig das Anforderungsniveau und sind in diesen Fällen unzulässig.

29 vgl. GsVO § 14a und § 16a

30 vgl. SEK I-VO § 15 und § 16a

31 siehe: https://bildungsserver.berlin-brandenburg.de/fileadmin/bbb/schule/grundschulportal/publikationen_grundschule/Schwierigkeiten-im-Lesen-Rechtschreiben-und-Rechnen-Leitfaden-Nachteilsausgleich-und-Notenschutz-Dezember-2019.pdf

In der Tabelle 3 sind Beispiele mit Hinweisen zu methodisch-didaktischen Hilfen aufgeführt, die mit Blick auf das Anforderungsniveau in diesem konkreten Fall jeweils zulässig bzw. nicht zulässig sind.

zulässige methodisch-didaktische Hilfen	Thema/Aufgabe	<u>nicht</u> zulässige methodisch-didaktische Hilfe
Punktfeld mit Malwinkel	Aufgaben zum kleinen Einmaleins	1x1-Tabelle mit Lösungen Taschenrechner
1x1-Tabelle mit Lösungen 400er Punktfeld Dienes-Material	Aufgaben zur halbschriftlichen Multiplikation	Taschenrechner

Tabelle 3: Beispiele für zulässige und unzulässige methodisch-didaktische Hilfsmittel

In der Sekundarstufe I ist entsprechend schulinterner Konferenzbeschlüsse der Taschenrechner für alle Schülerinnen und Schüler im Regelfall als Arbeitsmittel zugelassen. Durch diese Verwendung ist ein wesentlicher Problembereich bei Schülerinnen und Schülern mit stark ausgeprägten Schwierigkeiten im Rechnen, nämlich die Ausführung von Rechenoperationen, schon weitgehend substituiert. Bei einzelnen Themen, wie der Erweiterung der Zahlenbereiche auf die rationalen Zahlen, ist es in der Sekundarstufe I didaktisch sinnvoll, auf die Verwendung des Taschenrechners zu verzichten. In diesem Fall eignet sich der Zahlenstrahl als methodisch-didaktische Hilfe.

Im Falle von stark ausgeprägten Schwierigkeiten im Rechnen können Erziehungsberechtigte in den Jahrgangsstufen 3 und 4 aus pädagogischen Gründen einen Antrag auf Notenschutz stellen. Auf dem Zeugnis müssen sodann Hinweise zur Kompetenzentwicklung gegeben werden. In anderen Jahrgangsstufen gibt es im Fach Mathematik keinen Notenschutz.

Schwierigkeiten im Rechnen beziehen sich hauptsächlich auf den Bereich „Zahlen und Operationen“. Daher kann es sein, dass die Leistungen in anderen mathematischen Bereichen nicht oder nicht so stark beeinträchtigt sind. Demzufolge muss in diesen anderen Bereichen weder ein Nachteilsausgleich noch Notenschutz gewährt werden. Insbesondere für indikatoreorientierte Zeugnisse könnte dieser Hinweis relevant sein, aber auch dann, wenn es ab Jahrgangsstufe 5 keinen Notenschutz mehr für das Fach Mathematik gibt.

4 Fazit

Schwierigkeiten im Rechnen sind größtenteils auf fehlende Vorstellungen zu Zahlen und Rechenoperationen zurückzuführen. Sie können vermieden bzw. reduziert werden, wenn Schwierigkeiten früh erkannt werden, eine individuelle Förderung initiiert wird und der Unterricht tragfähiges Verstehen fördert. Ein zu frühes An-die-Hand-Geben von schriftlichen Rechenverfahren ist insbesondere für rechenschwache Schülerinnen und Schüler kontraproduktiv, da das Fehlen von Verstehensgrundlagen langfristig Schwierigkeiten im Rechnen fossiliert.

Im Gegensatz dazu bieten sich vielfältige Übungen innerhalb der halbschriftlichen Rechenverfahren an, bei denen Strukturen und Zusammenhänge erkannt sowie Strategien erlernt werden können, um sich vom „zählenden Rechnen“ zu lösen. Das Auswendiglernen des kleinen 1×1 ergibt nur Sinn, wenn Lernende mithilfe der Kernaufgaben und nicht durch Weiterzählen zum richtigen Ergebnis kommen.

Neben der Verständnisorientierung und Vernetzung von Darstellungsformen beugt ein grundsätzlich sprachsensibler Mathematikunterricht, der die Kommunikation fördert, Rechenschwierigkeiten vor, wie in dem folgenden Zitat dargelegt wird:

„Bei Ihnen müssen wir immer so viel denken, können wir nicht einfach mal nur rechnen? Das ist weniger anstrengend!“ Diesen Vorwurf muss sich durchaus anhören, wer inhaltliches Denken bis zum Schluss ernst nimmt, denn in der Tat ist das zeitweise Abweichen vom denkentlastenden Kalkül auch mühevoll. Dass sich diese Mühe trotzdem lohnt, zeigen zahlreiche Unterrichtserfahrungen und empirische Untersuchungen, weil die mathematischen Kenntnisse nachhaltiger erworben und behalten werden können, wenn sie auf Verständnis gründen.³²

³² Prediger, Susanne: „Inhaltliches Denken vor Kalkül“, in: Fritz, Annemarie/Schmidt, Siegbert (Hg.): Fördernder Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I, Beltz Verlag, Weinheim 2009, S. 232-233.